

UNE EXPÉRIENCE EN LOGO ET GÉOMETRIE À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE.

Daniel GOBERT

INTRODUCTION

A) Contexte et problématique

En France depuis 1985, les écoles primaires sont dotées de micro-ordinateurs, outre de applications pédagogiques de type enseignement assisté par ordinateur (EAO) ou l'introduction de logiciels utilitaires comme les traitements de texte, de nombreux maîtres ont mis en place des activités de programmation utilisant le langage LOGO dans leur classe.

Un inventaire des différentes recherches en didactique de l'informatique et des mathématiques faites depuis plusieurs années autour des activités de programmation nous conduit à une certaine modestie et plus de réalisme quant aux résultats escomptés sur le plan pédagogique.

Les conclusions des recherches en didactique des mathématiques et de l'informatique sur les questions relatives aux transferts de compétences acquises lors d'activités de programmation aux activités de résolution de problèmes en mathématiques, modèrent les hypothèses optimistes et autres actes de foi quant aux bienfaits automatiques de l'ordinateur en classe. [4]

Si leurs conclusions mettent un terme aux illusions dans ce domaine, en revanche elles soulignent la nécessité d'une plus grande prise en compte de l'environnement pédagogique, les démarches mises en oeuvre, et insistent sur l'importance pour les élèves d'avoir atteint un niveau de programmation suffisant pour que des transferts soient possibles.

Dans ce contexte, nous nous proposons de décrire une expérimentation réalisée durant l'année scolaire 89/90 au cycle moyen de l'école élémentaire. Ce travail visait dans le cadre de la réalité

quotidienne de la classe à tenter de mesurer les effets d'une pratique d'activités de programmation en LOGO sur une activité de résolution de problème en géométrie.

B) Cadre expérimental.

1) Population choisie.

Nous avons choisi trois classes de CM2 de bon niveau scolaire, comparable entre elles et présentant les mêmes caractéristiques socio-culturelles.

Dans une de ces classes (27 élèves), les activités en LOGO ont été menées sur une période d'une dizaine de semaines environ à raison d'une heure par semaine, ceci afin que les élèves aient une maîtrise du langage avant la mise en oeuvre de l'expérimentation décrite.

Les deux autres classes (48 élèves) sont choisies comme classes témoins, les élèves n'ont eu aucune pratique de LOGO. Ils effectueront les mêmes tests que la classe LOGO sur la résolution de problème en fin d'année scolaire après avoir vu l'ensemble du programme de mathématiques au cycle moyen.

2) Démarches mises en oeuvre.

Nous avons choisi deux thèmes géométriques susceptibles de pouvoir faire l'objet d'activités en LOGO, la diagonale du carré et le cercle. Ces sujets présentent l'avantage d'être bien connus des élèves de fin de cycle élémentaire et permettent de proposer des situations de géométrie avec une problématique adaptée au niveau de fin CM2.

Le thème de la diagonale du carré sera traité alternativement de manière étroite entre activités LOGO (2 séances) et activité mathématique (1 séance) avant la passation d'un test constitué de deux situations problèmes portant sur la construction de figures géométriques sous certaines contraintes.

Le thème du cercle fera l'objet d'une seule séance en LOGO avant la passation du test portant sur la reproduction avec utilisation du compas de deux figures géométriques relativement complexes.

EXPERIMENTATION EN CLASSE

A) Descriptif des activités sur le thème "diagonale et carré"

1) Première séance (LOGO)

Nous proposons aux élèves la situation suivante :

"construire un carré de côté 50 avec ses diagonales, en LOGO"

La réalisation du carré ne pose aucun problème, tous les élèves le réalisent ; par contre pour la diagonale, ils sont contraints à maîtriser deux paramètres :

- l'angle formé par un côté et la diagonale.
- la longueur de la diagonale.

Assez rapidement l'angle de la diagonale et du côté est repérée comme "moitié de 90°" (sic), et après avoir tourné de 45°, un ajustement pas à pas est utilisé pour la longueur de la diagonale.

Pour un carré de côté 50, tous les élèves ont trouvé par tâtonnement 70, 71 ou 72 comme longueur pour la diagonale.

Tous les élèves sont parvenus lors de cette première phase à résoudre le problème posé.

2) Deuxième séance (MATHEMATIQUES)

En liaison avec la séance précédente en LOGO, le maître propose aux élèves d'étudier la relation entre la longueur du côté d'un carré et la longueur des diagonales.

Les élèves sont disposés par groupe de 4 autour d'une grande table.

Chaque groupe reçoit une grande feuille plus deux grandes feuilles de papier millimétré, qui seront susceptibles d'être accrochées au tableau et visibles par tous les élèves de la classe.

Chaque groupe est invité :

- à tracer des carrés respectivement de 20, 30, 40, 50, 60, 70 cm de côté.
- à mesurer leurs diagonales respectives, puis à rassembler ces résultats dans un tableau.
- à indiquer tous les points correspondant à chaque carré sur un graphique dont l'axe des abscisses représente la longueur des côtés de chaque carré, et l'axe des ordonnées la longueur des diagonales.

- à noter toutes leurs remarques concernant les tableaux de nombres, et les représentations graphiques obtenues.

Ce travail terminé, les tableaux de nombres et les représentations graphiques sont affichés, et une analyse collective avec tout le groupe classe est effectuée.

La discussion a tout d'abord porté sur les imprécisions pour les mesures de certains groupes.

L'aspect linéaire de la fonction numérique est mis en évidence par des élèves dans quelques tableaux, bien que les mesures soient assez approximatives.

Par contre les élèves ont beaucoup de difficulté à mettre en évidence le coefficient multiplicatif de proportionnalité.

Ils cherchent à l'aide de la calculatrice en testant plusieurs couples de nombres, le décimal 1,41 leur semble la valeur la mieux adaptée.

Ensuite, il est demandé aux élèves d'observer les tableaux affichés, la longueur de la diagonale étant connue, de trouver la longueur du côté du carré et inversement.

A l'issue de cette séance en mathématiques, les élèves aboutissent aux formules duales pour un carré :

$$\text{DIAGONALE} = 1,41 \times \text{COTE} \qquad \text{COTE} = 0,71 \times \text{DIAGONALE}$$

2) Troisième séance (LOGO)

Dans la première phase de la séance, il est demandé aux élèves de construire un carré de côté 50 avec ses diagonales. Cependant ils ne doivent pas tâtonner comme la première fois pour le carré de 50 de côté, mais l'obtenir directement en s'inspirant de la recherche faite en classe. Un résumé de la seconde séance est fait, et les formules obtenues sont rappelées et écrites au tableau.

Cette construction ne pose pas de problème, tous les élèves ont créé une procédure du type (les produits étant effectués ou non selon les cas) :

POUR CARREDIA

REPETE 4(AV 50 TD 90)

TD 45 AV 50X1,41 TD 135 AV 50 TD 135 AV 50X1,41

FIN

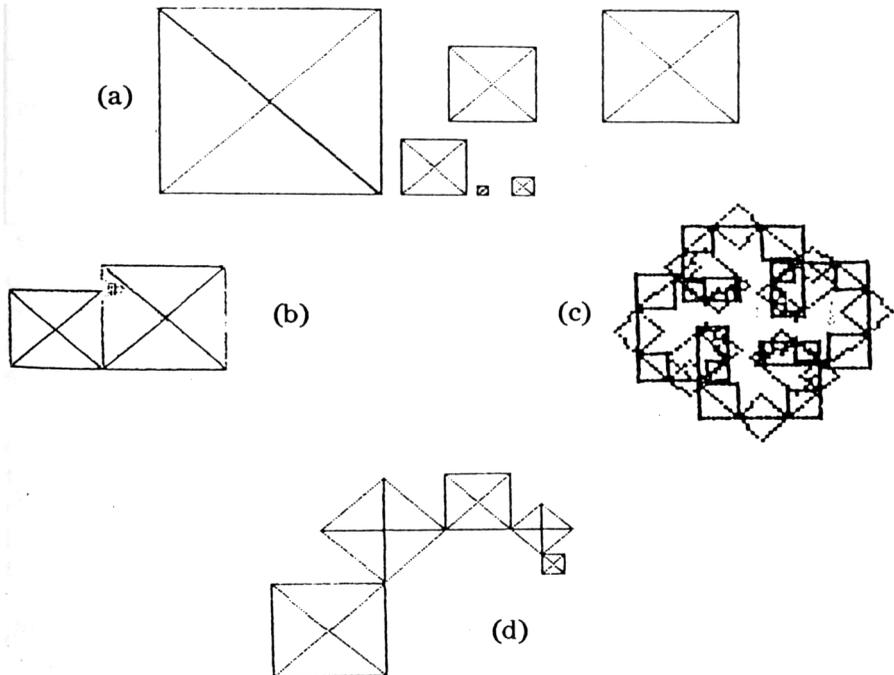
Dans la seconde phase, nous introduisons pour la première fois la notion de variable en LOGO à partir d'un exemple portant sur la construction d'un carré.

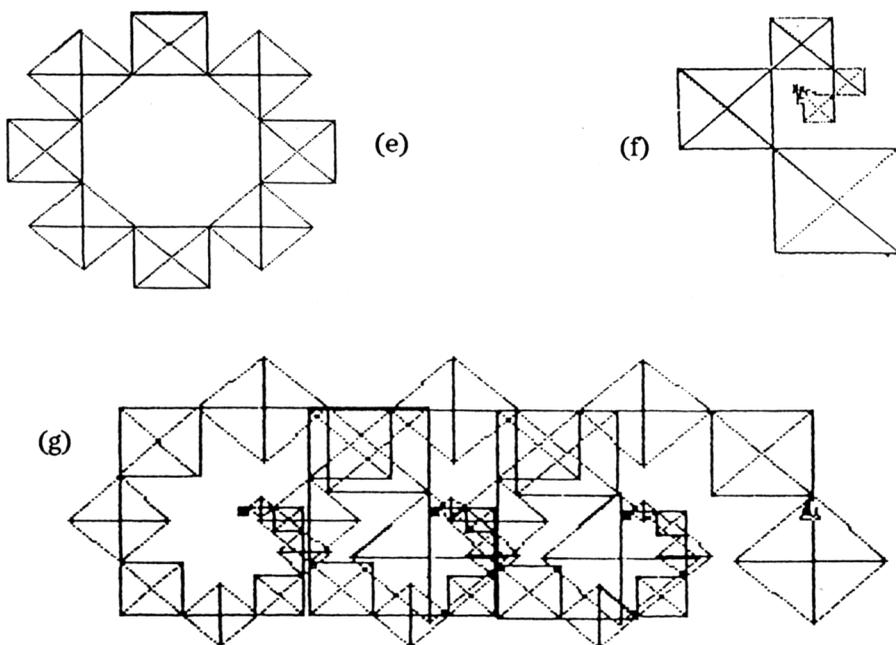
Comme application, nous leur demandons de modifier leur procédure en introduisant la variable gérant la longueur du côté du carré, afin de pour pouvoir dessiner un carré de dimension quelconque, mais avec ses diagonales.

Une fois la procédure construite, dans une troisième phase, les élèves sont invités à faire une recherche libre en utilisant le carré et ses diagonales comme motif de base.

Cette séance, constituée de trois moments bien distincts, a duré une heure.

Quelques productions à l'issue de cette dernière séance :





En résumé, autour du thème de la diagonale du carré, nous avons organisé trois séances, deux en LOGO et une en mathématiques, dont la démarche progressive peut se décomposer de la manière suivante :

- 1) Recherche, tâtonnement, appropriation du problème (1ère séance LOGO).
- 2) Elaboration et construction d'outils mathématiques appropriés à la situation (2ème séance en mathématiques).
- 3) Retour au problème posé (3ème séance LOGO, 1ère phase).
- 4) Apport de nouveaux outils en LOGO (3ème séance LOGO, 2ème phase).
- 5) Application et généralisation dans une recherche libre (3ème séance LOGO, 3ème phase).

Test sur le thème du carré

A la suite des trois séances précédemment décrites sur le thème "le carré et ses diagonales", nous avons proposé un test avec deux exercices portant sur la construction de carrés dont on connaît la mesure de la diagonale, mais en introduisant des contraintes sur l'utilisation des outils usuels de la géométrie.

1) En utilisant uniquement un compas et une règle graduée construisez un carré ABCD dont la diagonale AC mesure 9cm et expliquez votre manière de procéder.

2) En utilisant uniquement des équerres et une règle graduée construisez un carré ABCD dont la diagonale AC mesure 7cm et expliquez votre manière de procéder.

Un rappel des relations entre coté et diagonale d'un carré est indiqué sur la feuille blanche où les constructions doivent être réalisées.

Bilan sur le thème "diagonale du carré".

	% situation 1 règle & compas	% situation 2 règle & équerre
<u>26 élèves CM2 LOGO</u>		
Réussite	52	81
Réussite partielle	4	11
incorrect	44	8
<u>47 élèves CM2 NON LOGO</u>		
Réussite	11	30
Réussite partielle	30	6
incorrect	49	64

Pour la première situation problème, construction d'un carré dont la diagonale mesure 9 cm avec uniquement un compas et une règle graduée, nous avons 52% de réussite pour les CM2 LOGO et à peine 10% pour les CM2 NON LOGO. La différence de réussite de 41% est très significative.

Cet exercice est assez difficile pour des élèves de CM2, ceux-ci en règle général ne sont pas habitués à considérer un carré sans tenir compte de ses angles droits. Environ 40% des élèves toutes classes et catégories confondues, ont utilisé une équerre soit pour la construction du carré après avoir calculé le côté, soit pour tracer la perpendiculaire de la diagonale en son milieu.

Dans le cas de la seconde situation problème, construction d'un carré dont la diagonale mesure 7cm avec uniquement une équerre et une règle graduée, nous observons une réussite de 82% chez les CM2 LOGO, 29% chez les CM2 NON LOGO, soit une différence de 52%, très significative.

B) Descriptif des activités sur le thème du cercle

1) Une seule séance en LOGO

Par rapport aux activités sur le carré, sur ce thème nous avons réduit l'activité à une seule séance LOGO :

- un rappel en début de séance des définitions relatives au cercle (centre, rayon, diamètre),
- un inventaire des outils LOGO disponibles (AV, RE, TD, TG, REPETE, BC, LC, la notion de variable),
- l'introduction de la fonction POINT POS qui permet de positionner un point aux coordonnées renvoyées par POS (position de la tortue) à l'écran.

A la suite de ces rappels, il est demandé aux élèves de construire en LOGO un cercle centré à l'origine.

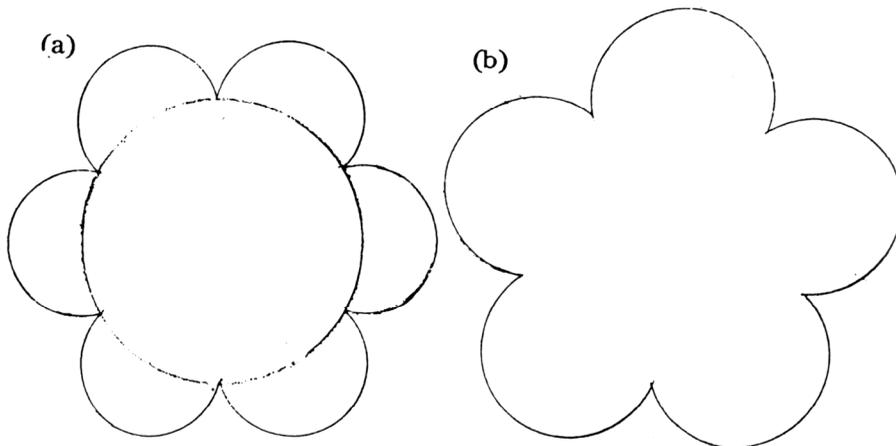
Exemple de procédure obtenue :

```

POUR CERCLE :R
LC REPETE 360(AV :R POINT POS RE :R TD 1)
FIN
  
```

2) Test sur le cercle

Il s'agissait pour les élèves de CM2 de reproduire les figures ci-dessous avec les mêmes dimensions.



a) La première figure présentait comme difficulté :

- une identification du cercle principal par son centre et son rayon,
- un repérage des arcs de cercles qui ne sont pas des demi-cercles,

- le positionnement des centres respectifs sur le cercle principal.

b) Par rapport à la figure précédente, pour la seconde figure, le cercle servant de support à la construction n'apparaît pas et d'autre part nous avons 5 pétales, ce qui modifie la situation pour identifier le centre de ce cercle principal implicite.

Les points d'intersection des 5 pétales pouvaient être pris en compte dans la construction du pentagone, la recherche du centre du cercle principal, puis l'identification des centres et du rayon des cercles support des arcs.

Bilans sur le thème du cercle.

<u>24 élèves CM2 LOGO</u>	% situation 1	% situation 2
	ROSACE HEXAGONALE	ROSACE PENTAGONALE
Réussite	79	42
Réussite partielle	4	17
incorrect	17	41
<u>48 élèves CM2 NON LOGO</u>		
Réussite	52	25
Réussite partielle	23	16
incorrect	25	59

Nous observons pour la reproduction de la rosace hexagonale une réussite globale satisfaisante, bien que cet exercice ne soit pas facile et fasse référence à de nombreuses notions mathématiques. Cet exemple est d'ailleurs proposé comme exercice dans un manuel scolaire (Eiller CM2 chez Hachette), et bien adapté pour ce niveau de classe.

Nous notons une très forte réussite (80%) pour les élèves ayant travaillé en logo sur le cercle avec une différence proche de 30% par rapport aux élèves de CM2 NON LOGO.

Le second exercice, reproduction d'une rosace pentagonale, est plus difficile comparé au précédent, les élèves sont moins familiarisés avec le pentagone. Le fait de ne pas avoir fait figurer le cercle principal sur lequel sont centrés les arcs de cercles augmente les difficultés. La recherche du diamètre du cercle implicite n'est pas immédiate comme pour l'hexagone, mais nécessite l'utilisation des médiatrices des cordes.

La réussite est globalement moins importante, ce qui n'a rien de surprenant étant donné les paramètres supplémentaires à prendre en compte.

Les CM2 LOGO ont une réussite supérieur de 17% environ. Cette différence n'est pas très importante. Cependant nous noterons que les CM2 NON LOGO ont été moins explicites quant à leur manière de procéder. Les élèves de CM2 LOGO ont eu des démarches diversifiées et plus rigoureuses.

Les activités sur le thème du cercle ont fait l'objet d'une seule séance en LOGO, et aucune en mathématiques. Cette pratique distincte de celle mise en oeuvre sur le thème du carré conditionne certainement une différence de réussite moindre entre les deux groupes d'élèves. L'activité LOGO seule sur le cercle, non relayée par une activité en géométrie sur le même thème, ne semble pas suffisante pour entraîner une différence de réussite très significative entre CM2 LOGO et CM2 NON LOGO.

CONCLUSION

Remarques générales

Lors de cette expérimentation nous avons combiné trois principes :

- la notion de situation problème,
- la notion de thème de travail,
- la méthodologie imbriquant étroitement l'activité LOGO et l'activité en Mathématiques.

Nous avons mis en évidence les possibilités pour des élèves d'effectuer des réinvestissements de compétences acquises lors d'activités LOGO guidées, lorsqu'ils se trouvent en situation de résolution de problème en géométrie.

Si ce modèle a pu fonctionner en classe de CM2, ajoutons cependant que LOGO en tant qu'environnement dans lequel se situe la problématique n'est pas un obstacle. Les élèves en ont une relative maîtrise, ainsi ils peuvent davantage mobiliser leurs compétences vers le ou les objectifs à atteindre.

Dans ces conditions, nous avons constaté une plus grande réussite des élèves LOGO avec une différence nettement significative (50 et 40%) pour les deux exercices relatifs à la diagonale du carré, et une réussite assez significative (27 et 17%) pour les deux exercices de reproductions des rosaces hexagonales et pentagonales.

La démarche adoptée a visé l'organisation de l'activité autour d'un thème mathématique contenant une ou plusieurs notion. L'idée

principale est d'aborder ce même thème suffisamment riche en propriétés mathématiques, à la fois lors d'activités en LOGO et en géométrie, mais en plaçant à chaque fois l'élève dans une situation de résolution de problème.

Lors de ces activités, les élève élaborent, construisent un savoir, s'approprient des éléments de connaissances sur l'objet ou le thème d'étude (notions, propriétés, relations entre les différents objets mathématiques présents...).

L'activité LOGO intervient comme une manière différente et complémentaire d'aborder une notion, un thème de géométrie. Il s'agit de la même notion, des mêmes structure géométrique ou de structures dont les caractéristiques sont très proches, mais pour les deux pratiques (mathématiques, LOGO) nous sommes placés dans des environnements différents :

- l'environnement habituel de la géométrie (papier, crayon, instruments de construction, données géométriques...),
- l'environnement LOGO (les primitives, l'écran graphique, et la tortue-LOGO pour tracer des figures...).

Cette pratique guidée qui s'oppose à une démarche libre orientée autour du projet de l'élève, n'exclut en aucune façon des phases de recherche libre très fructueuses. Nous avons pu le constater lors de la dernière séance LOGO sur le thème du carré et ses diagonales. Mais cela suppose, pour l'élève d'avoir abouti dans la conception et la réalisation d'un objet géométrique avant de s'investir dans un projet libre prenant en compte cet objet-LOGO, dont toutes les principales composantes ont pu être appréhendées et maîtrisées.

Ces nouvelles réalisations peuvent également devenir de nouveaux objets d'étude pour le groupe classe et constituer de nouvelles problématiques (exemple : les spirales, l'octogone, une disposition en perspective...).

Pour les activités LOGO orientées autour de l'idée du projet de l'élève avec une démarche libre, les productions sont en général très riches, et les propriétés mathématiques très nombreuses, voire trop nombreuses. Il est difficile de repérer dans des dessins libres les apports mathématiques et géométriques pertinents pour l'élève.

Cette expérimentation a été mise en oeuvre dans un contexte scolaire au plus près de la réalité quotidienne et institutionnelle de la

classe, et à ce titre elle est tout à fait transposable dans toute classe de cycle moyen qui dispose de l'infrastructure informatique pour ce travail.

Les conclusions précédentes plaident en faveur d'une introduction d'activités de programmation en LOGO dans le cadre de l'informatique à l'école élémentaire. Ces formes de travail pourraient s'intégrer dans un projet d'activités de géométrie au cycle des approfondissements, sous réserve de définir des modalités de travail, des objectifs méthodologiques et notionnels comme nous avons pu le voir avec cette expérimentation au CM2.

Selon la thèse de Pea R.D. et Kurland D.M. (1) des transferts de compétences entre l'activité de programmation et la résolution de problème en Mathématiques ne sont possibles que si l'apprenant à atteint un bon niveau de compréhension de ce qu'est la programmation et des habiletés qu'elle entraîne.

C. Dupuis (2) souligne pour des élèves de classes de 4ème et 3ème la nécessité d'avoir atteint un niveau de programmation suffisant pour utiliser des activités de programmation lors des activités en Mathématiques .

Nous avons effectivement pu vérifier au niveau des élèves de CM2 qu'une relativement bonne maîtrise de LOGO, permettait de mettre les élèves dans des situations de résolution de problème lors de l'activité de programmation en LOGO. Nous observons une différence de réussite importante par rapport aux classe témoins NON LOGO dans des situations de résolution de problème en géométrie.

C. Parmentier (3) met en évidence des effets de transferts entre LOGO et géométrie chez des élèves de 9-10 ans au cours moyen première année (thèse de doctorat PARIS 5, juin 1990).

Pour qu'un transfert de compétences de l'activité de programmation vers les Mathématiques soit possible, M. Romainville (4) suggérerait lors du colloque francophone sur l'informatique (PARIS 5, 1989) :

- une des premières conditions semble être l'âge de 10-11ans, correspondant au stades de développement formel à partir duquel il est raisonnable d'envisager une initiation à la programmation,
- les cours doivent porter autant sinon plus sur les méthodes que sur les contenus,
- les cours doivent être centrés sur la résolution de problème.

Daniel GOBERT
IUFM Versailles

BIBLIOGRAPHIE

BOULE F.

- Logologie Macro & Micro. EN d'Auteuil (1985).
- Micro-mondes et macro-primitives. EN d'Auteuil (1986).
- Informatique et apprentissage. Les cahiers de Beaumont (1986).

CHASTENET DE GERY J, HOCQUENGHEM S.

- Imagiciels pour la classe de seconde. Bulletin n°371 APMEP Article : Informatique par l'équipe CREEM-CNAM.
- Colloque du CNAM : Du tableau noir vers l'ordinateur graphique (Mars 1986) . Organisateur : CREEM, IREM de PARIS VII, Direction des collèges, Direction des lycées.

CESAR J.

- La tortue de mer. Colloque du CNAM Mars 1986.
- Junior secondary school pupils and solid angl : a theorem in action, Proceeding of the fourth International Conference for LOGO and Mathematics Education (Jerusalem Juillet 1989).

DUPUIS C. EGRET M.A. GUIN D. (2)

Présentation et analyse d'activités de programmation en logo. "petit x" (1988) n°18

GOBERT D.

"Incidences d'activité de programmation en LOGO sur les performances des élèves de 6ème et du cycle moyen en géométrie." Thèse de Doctorat Paris7-CNAM (1991).

MYX A.

- LOGO géométrique et l'école élémentaire. "petit x" n°18 (1988).

- Spécial robotique, Bulletin de l'A.C.I.E., 3.Mai 1985.

PARMENTIER C. (3)

- Etude d'un transfert entre LOGO et Géométrie-CM1 Thèse de Doctorat Paris V (Juin 1990).
- Didactique et programmation à l'école primaire. Actes du colloque Francophone sur la didactique de l'informatique. EPI 1988.

PEA R.D, KURLAND D.M. (1)

- On the cognitive effects of learning computer programming, New ideas in Psychology, N. Y Pegamon Press Vol II,2 1984.

ROMAINVILLE M. (4)

- Une analyse critique de l'initiation à l'informatique : quels apprentissages et quels transferts ? Actes du colloque Francophone sur la didactique de l'informatique. EPI 1988.