

LE CONTRAT DIDACTIQUE IMPLICITE À TRAVERS LES LOGICIELS DE PROBLÈMES D'ARITHMÉTIQUE

Marc WEISSER

Les élèves ne se servent-ils que de *lois mathématiques* pour résoudre des problèmes ? Le but de cet article est de montrer qu'il n'en est rien, mais que l'informatique se révèle un outil puissant pour amener chaque apprenant vers plus de rigueur scientifique.

UNE PREMIÈRE APPROCHE

La présente étude se situe au Cours Moyen, et met en scène un logiciel d'arithmétique (J. Boutin, R. Bouzior, 1991). Mais les remarques faites restent à mon avis valables pour d'autres niveaux de scolarité et pour d'autres logiciels traitant du même sujet. Le Module 5 concerne plus particulièrement la résolution de problèmes, ainsi que quelques exercices du Module Evaluation. J'y prélèverai quelques exemples.

Soit l'énoncé du problème « Achats 1 » :

« Thomas se proposait d'acheter 3 disques à 86,00 Francs l'un.

Il calcule qu'il lui manque 22,50 Francs.

Il décide alors d'acheter 1 disque et 3 posters.

Questions :

1. *Combien coûtent les posters ?*
2. *Quelle somme Thomas possède-t-il ?*
3. *Quel est le prix d'un poster ?*
4. *Quelle somme Thomas paierait-il les disques ? »*

Ce texte présente la majeure partie des caractéristiques du problème d'arithmétique tel qu'on le conçoit habituellement, dans les manuels scolaires en particulier :

- la séparation entre énoncé qui informe et questions est nette (je reviendrai plus bas sur *l'ordre* de ces dernières) ;

- les données numériques à partir desquelles l'élève va effectuer des opérations sont toutes écrites en chiffres (et non en lettres) ;
- ces données numériques apparaissent exactement en nombre nécessaire et suffisant pour que l'on puisse répondre aux questions ;
- le problème a une solution, et cette solution est *unique*.

Cette première lecture d'un énoncé extrait du corpus que nous fournit le logiciel a permis de dégager quatre *lois* dont le lecteur-enseignant m'accordera qu'elles sont rarement enfreintes dans ce type de littérature. Or, aucune d'entre elles n'a de justification purement mathématique :

- la dichotomie informations connues / inconnues n'est qu'un artifice didactique destiné à aider l'élève à se poser les bonnes questions (dans le cas où il ne s'en poserait pas de lui-même...) ;
- le code retenu pour transcrire les grandeurs numériques permet de les *mettre en relief* par rapport au contexte, auquel l'élève oublie alors de conférer un sens (écueil de la plausibilité des résultats chiffrés) ;
- l'absence de redondance est le signe qu'une mathématisation du réel a déjà été effectuée par le pédagogue ;
- et le dogme de l'unicité de la solution fleure bon l'arithmétique traditionnelle...

LE CONTRAT DIDACTIQUE IMPLICITE

Ces lois font généralement l'objet d'un accord tacite entre maître, élèves, auteurs de manuels et parents. Pourtant, elles ne sont jamais reconnues officiellement : les cursus ne les mentionnent pas, les acteurs de la relation éducative ne les discutent jamais ; elles ne sont nulle part enseignées, mais partout apprises ! Et tout le monde y trouve son compte, sauf le Savoir et la Méthode (j'entends par là les connaissances scientifiques au programme et leurs modes de construction). Prises ensemble, elles constituent le Contrat Didactique Implicite (CDI ci-après...), grâce auquel la classe « tourne », de façon rodée : tout acte qui n'est contesté ni par le maître ni par un élève fera désormais jurisprudence (cf. Weisser 1997), devient peu à peu, au fil des répétitions, une routine, une habitude, qui n'a pas de sens scientifiquement parlant (cf. ci-dessus), mais qui rend bien des services.

Le CDI *qualifie* en quelque sorte l'élève comme apprenant professionnel, comme indigène de l'institution scolaire, qui est prêt à faire feu de tout bois pour survivre, qui connaît les ficelles du métier. Ce qui nuit bien sûr à l'apprentissage d'une notion disciplinaire en tant que telle : quand l'élève cherche (et en général trouve !) la solution dans les circonstances externes au lieu de n'examiner que la structure mathématique du problème qui lui est posé, il court-circuite l'acquisition de savoirs et de savoir-faire. Il s'appuie sur des propositions très générales comme :

- si le maître rappelle la règle, c'est que la réponse est fausse ;
- un problème est le lieu de réinvestissement des leçons précédentes,
- et fait l'impasse sur la réflexion scientifique à proprement parler. La deuxième des règles rappelées ci-dessus transforme d'ailleurs en simple application les problèmes qui normalement devraient... poser problème, en ce que l'élève malin va sélectionner prioritairement les connaissances les plus récentes, sans même observer la situation au plan mathématique.

Vu sous cet angle de l'existence implicite, le CDI devient une source d'obstacles épistémologiques. La construction du savoir n'est pas affaire de coutume (cf. Balatcheff 1988), mais de ruptures, de mises en question. Et j'aimerais dans ce qui suit montrer comment l'informatique (à travers le logiciel pris en exemple, mais aussi en le dépassant) contribue à mettre en évidence ce fonctionnement souterrain, pour le pousser à l'échec et pour le recadrer de façon

- scientifique (par le recours aux méthodes propres à chaque discipline) ;
- explicite (la comparaison et l'opposition manuel-logiciel étant le moment d'une réflexion métacognitive) ;
- limitée dans le temps (les différents moments didactiques : découverte, recherche, débat de preuve...) et dans l'« espace » du savoir (les différentes disciplines enseignées).

Si l'on s'accorde à dire que certaines des erreurs commises par les élèves trouvent leur origine dans une « mauvaise » version du CDI (cf. Sarrazy 1995) et non dans un quelconque déficit d'ordre psychosociologique externe à l'institution scolaire, il devient clair que l'enseignant récupère une part de pouvoir (et de responsabilité !) qu'il lui convient d'exploiter au maximum à l'aide des outils dont il dispose.

ANALYSE DU LOGICIEL

L'introduction de l'informatique est l'occasion d'une réflexion approfondie sur ce qui se passe en classe, d'une part et de façon élémentaire parce que tout nouveau support didactique peut servir de prétexte à une remise en cause d'une pratique professionnelle, d'autre part et surtout, parce que cet outil précisément offre des perspectives inédites qui le séparent nettement des manuels et autres fichiers autocorrectifs.

Commençons, à travers le logiciel pris en exemple, par quelques remarques simples à propos de la forme des énoncés.

« Divers 2 » :

« Un groupe de 4 personnes a deux possibilités pour effectuer un déplacement de 300 kms.

Soit en train, à raison de 1,10 Francs du km.

Soit en voiture, dont la consommation est de 8 litres aux 100 kms ; (un litre de carburant coûte 5,70 Francs).

Questions :

1. *Quel est le prix de revient en train ?*
2. *Combien coûte le voyage en voiture ?*
3. *Quelle est l'économie réalisée par chacun ?*
4. *Quelle est la dépense pour 100 kms en voiture ?*
5. *En voiture, combien chacun paye-t-il ? »*

On peut opposer le problème « Divers 2 », qui obéit aux lois

- données numériques écrites en chiffres,
- données numériques en nombre nécessaire et suffisant (cf. ci-dessus, « Achats 1 »),
- données numériques écrites dans l'ordre de leur utilisation future,

à l'énoncé de l'exercice n°7 (Module Evaluation) qui, lui, enfreint la première de ces lois : la durée du voyage est une grandeur écrite en lettre, mais sur laquelle il faudra tout de même effectuer une opération : *« La famille Dubois part en vacances à 350 kms de son domicile. Le père estime qu'il leur faudra moins de cinq heures pour faire le trajet en voiture car il roule à 80 km/h (...) ».*

On peut l'opposer aussi aux exercices n°5 et n°10 (Module Evaluation) qui, eux, vont à l'encontre de la deuxième loi du CDI en introduisant des données inutiles, inutiles en tout cas pour répondre à la question du problème :

« Exercice n°5 » :

« Dans un collège sont inscrits 576 élèves. 250 garçons fréquentent l'établissement et 458 élèves déjeunent à la cantine.

Il y a ...filles au collège. »

« Exercice n°10 » :

« Marc achète 2 boîtes de chocolats de 525 g chacune. Omer, qui n'aime pas le chocolat, achète 390 g de pâtes de fruits. Pierre choisit une boîte de chocolats de 1,2 kg alors que Lise a préféré une boîte de 0,8 kg. Ils ont acheté grammes de chocolat. »

Ces deux entorses à la coutume présentent deux occasions d'un retour réflexif sur ce qui se passe habituellement en classe ; l'élève les ressentira sans doute dans un premier temps comme des pièges qu'on lui aura tendus, de façon quelque peu malhonnête. Mais il est possible également à travers le débat de lui faire prendre conscience que *rien*, ni dans le problème lui-même, ni dans ses connaissances mathématiques (et elles seules !) n'impose le respect du CDI : grâce à l'erreur, un peu provoquée ici il est vrai, la compréhension de ce que sont les outils *légitimes* pour résoudre un problème va s'affiner. Tout au plus, peut-on regretter que ces entorses à la règle générale n'apparaissent dans ce logiciel que dans le Module Evaluation et pas dans le Module 5 dédié à l'entraînement à la résolution de problèmes : qu'est-ce qui est effectivement évalué ? Pas directement ce qui a été travaillé...

« Ecole 2 » :

« Durant la récréation, Yves a perdu 12 billes. De son côté, Luc en a gagné 28. Il en a maintenant 118.

A la fin de la récréation, les deux enfants ont compté leurs billes et Yves en avait 40 de plus que Luc.

Questions :

- 1. Quel était le nombre total de billes au départ ?*
- 2. Combien de billes Yves avait-il à la fin ?*
- 3. Combien Luc avait-il de billes au départ ?*
- 4. Combien de billes Yves avait-il au départ ? »*

Continuons notre analyse du corpus choisi, et intéressons-nous non plus aux données numériques, mais aux relations à établir entre elles, c'est-à-dire aux *opérations*. L'énoncé « Ecole 2 » ci-dessus me semble particulièrement intéressant. Il pose en effet deux questions sur *la situation initiale*, et pas sur la situation finale comme le prévoit le CDI. Ce qui a pour conséquence d'inverser les signes opératoires, et d'associer ainsi le verbe *Gagner* à une soustraction (Luc), et le verbe *Perdre* à une addition (Yves).

L'énoncé « Ecole 1 » quant à lui fournit le prétexte à une réflexion sur le sens de la division : « *Pour le travail manuel, une institutrice groupe ses 23 élèves par équipes de 4. (S'il reste des élèves, ils sont répartis dans les équipes déjà formées.) (...)* ». Ici, on ne fait pas une équipe supplémentaire avec les (trois !) élèves qui restent, mais on les répartit (quotient par défaut) ; *habituellement*, (problèmes du nombre de tables à la cantine, du nombre de bus pour l'excursion de fin d'année...), c'est le quotient par excès qui est retenu.

Après les remarques sur les grandeurs mesurées et sur les opérations qui les relie, je propose de clore la réflexion sur la forme des énoncés par une rapide étude des questions qui les terminent.

Ainsi, le problème « Maison 1 » présente des questions sans point d'interrogation :

- l'une sur le mode impératif : « 1. *Fais le point après les dépenses* » ;
- l'autre sous la forme d'une phrase nominale . « 3. *Solde de son compte à la fin* ».

Mais leur position sur l'écran, dans la fenêtre de travail « Questions », et les numéros qui les précèdent suffisent sans doute à l'élève pour les reconnaître.

L'énoncé « Achats 3 » pose lui une question inutile (à propos du prix d'un objet qui a été reçu en cadeau), alors que les énoncés « Divers 1 » et « Maison 2 » contiennent des questions sans solution (ce qui contredit la quatrième loi dégagée en introduction).

Une première approche du logiciel, sous l'angle de la forme des énoncés, a permis de constater qu'il se révèle un outil précieux pour la remise en cause des lois implicites du contrat didactique et pour leur dépassement. Comme toujours en informatique (et ailleurs !), c'est la

sélection des énoncés par l'enseignant et la façon dont il mène et exploite leur résolution qui font la valeur pédagogique de l'outil : l'ordinateur n'est pas un produit qui se suffit à lui-même de façon quasi-miraculeuse, il nous reste à l'entourer du contexte approprié pour ne pas en rester à la simple consommation de logiciels.

Mais je voudrais signaler un deuxième point de vue possible, qui concerne le fonctionnement du logiciel, qui illustre encore mieux les possibilités offertes par l'informatique.

On peut tout d'abord relever que les questions n'apparaissent pas sur l'écran de travail dans l'ordre logique de leur résolution ; cet ordre de plus sera modifié de façon aléatoire à chaque nouvelle occurrence du problème. C'est la machine qui gère cela, et qui demande à l'élève par quoi il désire commencer. En cas d'erreur de sa part, après un second essai, la bonne question lui est indiquée. Cette gestion de l'erreur en temps réel restera présente tout au long du déroulement de l'exercice et constitue à mon sens un atout précieux et irremplaçable de l'informatique, dans l'optique à la fois d'une différenciation des rythmes de travail et d'une correction progressive qui évite à l'élève de s'enfermer dans l'erreur, comme on le voit si souvent s'agissant justement de la résolution de problèmes à questions enchâssées.

Après ce stade initial du choix de la question, apparaît un espace de travail qui sépare nettement la recherche en cours des résultats acquis (et qui ont désormais valeur de *données numériques* que l'on peut réutiliser). L'élève est guidé et évalué pas à pas : choix des valeurs sur lesquelles il va opérer, choix de l'opérateur, résultat numérique, unité de mesure.

« *Quel est le prix des cartes ?* »

<i>Tes réponses</i>			<i>Résultats acquis</i>
<i>Valeurs</i>	<i>Opérateur</i>	<i>Résultat</i>	
<i>n°1</i>			
		<i>Unité</i>	
<i>n°2</i>			

Deux remarques :

- le logiciel « souffle » à l'élève s'il y a deux valeurs ou plus à retenir (cas des additions à trois ou quatre opérands) ;

- il accepte des « résultats approchés », en particulier lorsqu'un prix est écrit par l'élève avec plus de deux décimales.

Nous sommes là bien loin du mode de fonctionnement papier-crayon-manuel dont les limites imposent certaines des règles du CDI. Le *retour* que permet la machine est plus fin et plus individualisé que ceux que l'on trouve dans les fichiers autocorrectifs ou lors des séances de correction collective. De plus, la classification que prévoit le logiciel (valeurs, opérateurs, résultat, unité) va favoriser chez l'élève une clarification du sens et de l'utilité des divers *objets mathématiques* qu'il rencontre : l'introduction d'un métalangage spécifique en est le signe. Et l'enseignant peut exploiter cette particularité du logiciel en axant ses efforts de remédiation sur cette typologie des erreurs : ce qui relève d'un mauvais choix de données numériques, ce qui relève de lacunes relatives au sens des opérations, ce qui relève d'un défaut de maîtrise des techniques opératoires, ce qui relève d'une méconnaissance des unités de mesures (conversions).

PLUS LOIN AVEC L'INFORMATIQUE

Je pense même que ce logiciel n'exploite pas suffisamment les possibilités de la machine, en particulier dans le domaine du traitement de l'erreur. Les messages d'aide restent laconiques, ce qui provient du fait qu'ils sont relatifs au logiciel dans son ensemble. Une option intéressante serait au contraire de les inclure sous une formulation particularisée à chaque fichier-énoncé : la tâche des concepteurs de logiciel consiste alors, question par question, à essayer de prévoir quelles erreurs l'élève va bien pouvoir faire, et à associer à chacune de ces erreurs un libellé d'aide précis, pointant l'obstacle rencontré ou la notion à revoir. Un pas supplémentaire pourrait être franchi par l'adjonction d'une banque d'informations à laquelle renvoyer l'apprenant (résumés de cours, cas typiques, schémas explicatifs, tables de multiplications...).

Un autre axe pédagogiquement valable me paraît être la faculté laissée aux élèves d'ajouter des énoncés de leur cru au corpus pré-existant, énoncés dont ils proposeront la résolution à leurs pairs. L'apprenant devient alors auteur à son tour, ce qui lui impose à un premier niveau, mathématique, de comprendre et de maîtriser l'élaboration du problème (choix des données plausibles, libellé clair des questions...), mais également à un second niveau, informatique, de s'adapter à la structure du fichier admise par le logiciel (nombre de lignes, nombre de

rubriques...). Son écrit va de la sorte subir deux mises en formes spécifiques, marquées par des nécessités rigoureuses, explicites, ce qui constitue un exercice bien plus formateur que la simple résolution d'exercices successifs hors de tout contexte.

J'espère avoir montré à travers ces quelques pages que l'informatique, même si elle se banalise dans nos classes (et donc en disparaît discrètement parfois), reste un outil de première valeur si on se donne la peine de l'entourer d'activités explicatives, et peut de plus nous amener à interroger notre pratique, à la subvertir, dans le sens d'une plus grande rigueur scientifique, dès l'école élémentaire, pour tous les élèves.

Marc WEISSER
 École élémentaire Ottmarsheim
 IUFM d'Alsace
 GREEF, Université de Haute Alsace.

BIBLIOGRAPHIE :

BOUTIN J., BOUZIER R., 1991, *Arithmétique CM*, Chrysis.

BALATCHEFF NICOLAS, 1988, « Le contrat et la coutume : deux registres des interactions didactiques ». in *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*, La Pensée Sauvage.

SARRAZY BERNARD, 1995, « Le contrat didactique ». *Revue Française de Pédagogie* n°1 12, p.85-118.

WEISSER MARC, 1997, *Pour une pédagogie de l'ouverture : approche sémiotique de l'acte d'apprendre*. P.U.F.